

互耦条件下 MIMO 雷达非圆目标稳健角度估计方法

王威鹏^{1,2}, 国月皓^{1,2}, 黄梦醒^{1,2}, 沈重^{1,2}, 曹春杰^{1,2}, 冯文龙^{1,2}

(1. 海南大学南海海洋资源利用国家重点实验室, 海南 海口 570228; 2. 海南大学信息与科学技术学院, 海南 海口 570228)

摘要: 提出了一种在互耦条件下基于酉张量分解的多输入多输出 (MIMO) 雷达非圆目标稳健的角度估计算法。所提算法首先在张量域利用互耦系数矩阵的带状对称 Toeplitz 结构来消除未知互耦的影响, 然后通过构造一个特殊的增广张量捕获非圆信号的非圆特性与其固有的多维结构特性, 并利用增广张量的 centro-Hermitian 特性通过酉变换转化为实值张量, 最后利用高阶奇异值分解 (HOSVD) 获得信号子空间, 结合实值子空间技术获得目标的离开方向 (DoD) 和到达方向 (DoA) 估计。由于同时利用信号的非圆结构与多维结构特性, 所提算法具有比现有的子空间算法更准确的角度估计性能, 同时所提算法只需要实值运算, 具有较低的运算复杂度。仿真结果表明, 所提算法具有有效性与优越性。

关键词: 双基地 MIMO 雷达; 角度估计; 非圆信号; 互耦; 高阶奇异值分解

中图分类号: TN958

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2019163

Robust angle estimation method for noncircular targets in MIMO radar with mutual coupling

WANG Xianpeng^{1,2}, GUO Yuehao^{1,2}, HUANG Mengxing^{1,2}, SHEN Chong^{1,2}, CAO Chunjie^{1,2}, FENG Wenlong^{1,2}

1. State Key Laboratory of Marine Resource Utilization in South China Sea, Hainan University, Haikou 570228, China

2. College of Information Science and Technology, Hainan University, Haikou 570228, China

Abstract: A robust angle estimation method for noncircular targets based on unitary tensor decomposition with mutual coupling in multiple-input multiple-output (MIMO) radar was proposed. Firstly, utilizing the banded symmetric Toeplitz structure of the mutual coupling matrix to eliminate the influence of unknown mutual coupling in tensor field. Then a special augmented tensor was constructed to capture the non-circularity and its inherent tensor multidimensional structure of noncircular signals. And taking advantage of the centro-Hermitian characteristic of the augmented tensor to transform the sub-tensor into real-values tensor by the unitary transformation. Finally, the signal subspace estimation based on tensor was obtained by taking advantage of the higher-order singular value decomposition (HOSVD) technology, and then the direction-of-departure (DoD) and direction-of-arrival (DoA) estimation was obtained by utilizing the real-values subspace technology. Due to the consideration of both the noncircularity and multidimensional structure, the proposed algorithm has better recognition performance than the existing angle estimation methods. At the same time, the proposed algorithm only requires real-valued operations and has lower computational complexity. Simulation experiments verify the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

Key words: bistatic multiple-input multiple-output radar, angle estimation, strictly noncircular signal, mutual coupling, higher-order singular value decomposition

收稿日期: 2018-06-02; 修回日期: 2019-06-25

通信作者: 国月皓, gyhao1996@126.com

基金项目: 海南省重点研发计划基金资助项目 (No.ZDYF2019011); 国家自然科学基金资助项目 (No.61701144); 海南省教育厅高等学校科学研究基金资助项目 (No.Hnky2018ZD-4); 海南大学科研启动基金资助项目 (No.KYQD(ZR)1731)

Foundation Items: The Key R&D Program of Hainan Province (No.ZDYF2019011), The National Natural Science Foundation of China (No.61701144), The Scientific Research Projects of University in Hainan Province (No.Hnky2018ZD-4), The Scientific Research Setup Fund of Hainan University (No.KYQD(ZR)1731)

1 引言

多输入多输出 (MIMO, multiple input multiple output) 雷达概念一经提出, 就立即引起了雷达研究领域学者们的广泛关注^[1-2]。由于 MIMO 雷达发射的是正交波形, 采用发射天线与接收天线分置的方式获得波形分集与空域分集, 因此与传统的雷达相比, MIMO 雷达具有更好的识别性能和参数估计性能, 特别是对于联合角度的离开方向 (DoD, direction-of-departure) 与到达方向 (DoA, direction-of-arrival) 估计^[3-4]。

在双基地的 MIMO 雷达中, 联合 DoD 与 DoA 估计是一个热门课题^[5], 针对该课题, 学者们提出了许多有效的算法, 例如多重信号分类 (MUSIC, multiple signal classification) 算法^[6]、旋转不变子空间 (ESPRIT, estimation method of signal parameter via rotational invariance technique) 算法^[7], 以及其他的一些子空间算法^[8-9], 但这些算法依赖于理想的收发阵列模型。由于收发阵元往往不能够精确补偿, 导致阵元间存在互耦的情况^[10-11]。针对这一情况, 主要的解决办法有 MUSIC-like 和 ESPRIT-like 等方法^[12-13]。其中, ESPRIT-like 算法应用均匀线阵中互耦矩阵的带状对称 Toeplitz 结构来消除互耦的影响, 但以损失阵列孔径为代价。以上提出的方案并没有考虑信号的非圆特性, 针对信号的非圆特性, 文献[14]研究了一种在互耦情况下的 DoA 估计方法, 该算法在考虑了信号非圆特性的同时消除了互耦的影响, 且利用非圆结构信息补偿了部分阵列孔径的损失。另一方面, 在互耦的条件下, 针对信号的多维结构特性, 学者们也进行了部分的研究工作^[15-16], 文献[15]介绍了基于酉张量分解的子空间估计方法, 该算法在消除互耦影响的同时, 将张量子空间通过酉变换转换为实值张量, 接着利用张量的多维结构进行角度估计, 不仅提高了识别性能, 还降低了运算复杂度。以上这些算法都是单独利用信号的非圆特性或多维结构特性, 不能在补偿部分阵列孔径的损失的同时提高算法的角度估计性能。

本文提出了一种互耦条件下 MIMO 雷达的稳健 DoD 和 DoA 联合估计算法, 既利用信号本身的多维结构, 同时也考虑信号的非圆特征, 扩大了阵列孔径, 获得了更加精确的识别性能。所提算法利用互耦矩阵带状对称的 Toeplitz 结构来消除未知互耦的影响, 因此能够在互耦的情况下对非圆目标进

行准确的角度估计, 比其他方法具有更好的识别性能。同时为了减少运算复杂度, 所提算法利用张量的酉变换, 将子空间张量转化为实值张量, 大大提升了算法的运算速度。仿真结果表明, 所提算法具有有效性与优越性。

2 张量基础与信号模型

2.1 张量基础

本节主要阐述了张量的基础知识与定义, 更多相关知识可以从文献[17-18]中得到。

定义 1 模式 $-n$ 矩阵展开。设张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, 张量 \mathcal{X} 的模式 $-n$ 矩阵展开定义为 $[\mathcal{X}]_{(n)}$, \mathcal{X} 的 (i_1, i_2, \dots, i_N) 元素对应 $[\mathcal{X}]_{(n)}$ 的 (i_N, j) 元素, 其中 $j = 1 + \sum_{k=1, k \neq n}^N (i_k - 1)J_k$, $J_k = \prod_{m=1, m \neq n}^{k-1} I_m$ 。

定义 2 模式 $-n$ 矩阵积。张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 与矩阵 $A \in \mathbb{C}^{J_n \times I_n}$ 的模式 $-n$ 积定义为 $\mathcal{Y} = \mathcal{X} \times_n A$ 。其中 $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times J_n \times I_{n+1} \times \dots \times I_N}$, $[\mathcal{Y}]_{i_1, \dots, i_{n-1}, j_n, i_{n+1}, \dots, i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} [\mathcal{X}]_{i_1, \dots, i_n, \dots, i_N} [A]_{j_n, i_n}$ 。

此外, 模式 $-n$ 矩阵积满足以下性质

$$\begin{cases} \mathcal{X} \times_n A \times_m B = \mathcal{X} \times_m A \times_n B, m \neq n \\ \mathcal{X} \times_n A \times_n B = \mathcal{X} \times_n (AB), m = n \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & [\mathcal{X} \times_1 A_1 \times_2 A_2 \times \dots \times_N A_N]_{(n)} = \\ & A_n [\mathcal{X}]_{(n)} [A_N \otimes \dots \otimes A_{n+1} \otimes A_{n-1} \otimes \dots \otimes A_2 \otimes A_1]^T \end{aligned} \quad (2)$$

其中, \otimes 为 Kronecker 积。

定义 3 张量分解。张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 的高阶奇异值分解定义为

$$\mathcal{X} = \mathcal{G} \times_1 U_1 \times_2 U_2 \times_3 \dots \times_N U_N \quad (3)$$

其中, $\mathcal{G} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 为核心张量, $U_n \in \mathbb{C}^{I_n \times I_n}$ ($n = 1, 2, \dots, N$) 为酉矩阵, 它是由 $[\mathcal{X}]_{(n)}$ 的左奇异向量构成的。

定义 4 张量模式 $-n$ 串联。张量 $\mathcal{X} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 与张量 $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 的模式 $-n$ 串联定义为 $\mathcal{F} = [\mathcal{X} \perp_n \mathcal{Y}]$, 其中 $\mathcal{F} \in \mathbb{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times 2I_n \times \dots \times I_N}$ 。

2.2 信号模型

考虑一个窄带双基地 MIMO 雷达, 它由 M 个发射阵元与 N 个接收阵元构成, 两者都是半波长的均匀线性阵列 (ULA, uniform linear array), M 个

发射阵元发射 M 个相互正交的非圆信号。假设在远场有 K 个相互独立的目标，对于发射阵列与接收阵列，第 K 个目标的发射角和接收角分别为 φ_k 和 θ_k 。那么接收端接收到的信号可表示为

$$\bar{\mathbf{X}}(t_l) = \mathbf{A}_r \boldsymbol{\Sigma}(t_l) \mathbf{A}_t^T + \mathbf{N}(t_l), \quad l=1,2,\dots,L \quad (4)$$

其中， $(\cdot)^T$ 是转置运算； $\bar{\mathbf{X}}(t_l) \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 是在单个快拍的接收数据； $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 是接收导向矩阵，由接收导向矢量 $\mathbf{a}_r(\theta_k) = [1, \exp(j\pi \sin \theta_k), \dots, \exp(j\pi(N-1) \sin \theta_k)]^T$ 组成； $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\varphi_1), \mathbf{a}_t(\varphi_2), \dots, \mathbf{a}_t(\varphi_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 是发射导向矩阵，由发射导向矢量 $\mathbf{a}_t(\varphi_k) = [1, \exp(j\pi \sin \varphi_k), \dots, \exp(j\pi(M-1) \sin \varphi_k)]^T$ 组成； $\boldsymbol{\Sigma}(t_l) = \text{diag}(\mathbf{s}(t_l)) \in \mathbb{C}^{K \times K}$ 是非圆信号数据，其中，非圆信号矢量 $\mathbf{s}(t_l) = [s_1(t_l), s_2(t_l), \dots, s_K(t_l)]^T$ ，且 $\mathbf{s}(t_l)$ 满足 $\mathbf{s}(t_l) = \mathbf{A} \mathbf{s}_c(t_l)$ ，其中 $\mathbf{A} = \text{diag}([\exp(j\phi_1), \exp(j\phi_2), \dots, \exp(j\phi_K)])$ ， $\mathbf{s}_c(t_l) = \mathbf{s}_c^*(t_l)$ ； $\mathbf{N}(t_l) \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 为加入的高斯白噪声矩阵。由于阵元之间的辐射效应会产生相互耦合的影响，均匀线性阵列的阵元之间的相互耦合可以表示为带状对称的 Toeplitz 矩阵，称为互耦矩阵。假设发射阵列与接收阵列的非零互耦系数为 $P+1$ 个，其中 P 满足 $\min\{M, N\} > 2P$ 。考虑到互耦效应，式(4)可以变换成

$$\mathbf{X}(t_l) = [\mathbf{C}_r \mathbf{A}_r] \boldsymbol{\Sigma}(t_l) [\mathbf{C}_t \mathbf{A}_t]^T + \mathbf{N}(t_l) \quad (5)$$

其中， $\mathbf{C}_t = \text{Toeplitz}([\mathbf{c}_t^T, \mathbf{0}_{1 \times (M-P-1)}]) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 和 $\mathbf{C}_r = \text{Toeplitz}([\mathbf{c}_r^T, \mathbf{0}_{1 \times (N-P-1)}]) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 为互耦矩阵，其中 $\mathbf{c}_t = [c_{t0}, c_{t1}, \dots, c_{tP}]$ ， $\mathbf{c}_r = [c_{r0}, c_{r1}, \dots, c_{rP}]$ 。 c_{ip} ($i=r,t; p=0,1,2,\dots,P$) 是 $P+1$ 个非零互耦系数，满足 $0 < |c_{ip}| < \dots < |c_{i1}| < |c_{i0}| = 1$ 。

根据模式- n 矩阵展开的定义，式(5)中接收到的数据矩阵可以看作沿第三维脉冲方向的切片，然后将矩阵 $\mathbf{X}(t_l)$ 的数据在第三维上堆叠，便得到 $N \times M \times L$ 维的张量 \mathcal{X} 。根据模式- n 矩阵展开的定义，可以把张量 \mathcal{X} 改为

$$[\mathcal{X}]_{(3)}^T = [\bar{\mathbf{A}}_t \odot \bar{\mathbf{A}}_r] \mathbf{S} + \mathbf{N} = [\bar{\mathbf{A}}_t \odot \bar{\mathbf{A}}_r] \mathbf{A} \mathbf{S}_c + \mathbf{N} \quad (6)$$

其中， \odot 为 Khatri-Rao 积； $\bar{\mathbf{A}}_t = \mathbf{C}_t \mathbf{A}_t$ ， $\bar{\mathbf{A}}_r = \mathbf{C}_r \mathbf{A}_r$ 为发射与接收导向矩阵； $\mathbf{S} = [s(t_1), s(t_2), \dots, s(t_L)] \in \mathbb{C}^{K \times L}$ 为信号矩阵； $\mathbf{S}_c = [s_c(t_1), s_c(t_2), \dots, s_c(t_L)] \in \mathbb{R}^{K \times L}$ 满足 $\mathbf{S}_c = \mathbf{S}_c^*$ ； $\mathbf{N} = [\text{vec}(\mathbf{N}(t_l))]$

$\text{vec}(\mathbf{N}(t_2)), \dots, \text{vec}(\mathbf{N}(t_L))] \in \mathbb{C}^{MN \times L}$ 为噪声矩阵。

3 基于酉张量分解的稳健角度估计算法

3.1 互耦消除

由于收发阵元间的互耦效应影响了发射矩阵 $\bar{\mathbf{A}}_t$ 与接收矩阵 $\bar{\mathbf{A}}_r$ ，因此 $\bar{\mathbf{A}}_t$ 与 $\bar{\mathbf{A}}_r$ 不再是范德蒙矩阵。同时注意到互耦矩阵为带状对称 Toeplitz 矩阵，于是从发射与接收矩阵提取出 2 个子矩阵用来去耦。故 2 个选择矩阵可定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_3 &= [\mathbf{0}_{(N-2P) \times P}, \mathbf{I}_{N-2P}, \mathbf{0}_{(N-2P) \times P}] \\ \mathbf{J}_4 &= [\mathbf{0}_{(M-2P) \times P}, \mathbf{I}_{M-2P}, \mathbf{0}_{(M-2P) \times P}] \end{aligned} \quad (7)$$

根据互耦矩阵的特点，则有

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{a}}_r(\theta_k) = \mathbf{J}_3 \bar{\mathbf{a}}_r(\theta_k) = \beta_{rk} \tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_k) \\ \hat{\mathbf{a}}_t(\varphi_k) = \mathbf{J}_4 \bar{\mathbf{a}}_t(\varphi_k) = \beta_{tk} \tilde{\mathbf{a}}_t(\varphi_k) \end{cases} \quad (8)$$

其中， $\beta_{tk} = 1 + \sum_{p=1}^P 2c_{tp} \cos(p\pi \sin \varphi_k)$ ， $\beta_{rk} = 1 + \sum_{p=1}^P 2c_{rp} \cdot \cos(p\pi \sin \theta_k)$ ， $\tilde{\mathbf{a}}_r(\theta_k)$ 与 $\tilde{\mathbf{a}}_t(\varphi_k)$ 是由 $\mathbf{a}_r(\theta_k)$ 与 $\mathbf{a}_t(\varphi_k)$ 前 $\tilde{N}=N-2P$ 和 $\tilde{M}=M-2P$ 个元素组成的列向量。从式(8)可知， β_{tk} 和 β_{rk} 是常量，这就表明 $\hat{\mathbf{A}}_r(\theta) = [\hat{\mathbf{a}}_r(\theta_1), \hat{\mathbf{a}}_r(\theta_2), \dots, \hat{\mathbf{a}}_r(\theta_K)]$ 和 $\hat{\mathbf{A}}_t(\varphi) = [\hat{\mathbf{a}}_t(\varphi_1), \hat{\mathbf{a}}_t(\varphi_2), \dots, \hat{\mathbf{a}}_t(\varphi_K)]$ 具有范德蒙结构，所以在矩阵域互耦矩阵的影响通过上述操作已经被消除。

为了能够在张量域中体现去互耦的过程，式(8)在张量域的扩展可表示为

$$\hat{\mathcal{X}} = \mathcal{X}_{\times 1} \mathbf{J}_{3 \times 2} \mathbf{J}_4 = \mathcal{Z}_{K \times 1} \hat{\mathbf{A}}_{r \times 2} \hat{\mathbf{A}}_{t \times 3} \mathbf{S} + \mathcal{N} \quad (9)$$

其中， $\hat{\mathcal{N}} = \mathcal{N}_{\times 1} \mathbf{J}_{3 \times 2} \mathbf{J}_4$ 是 \mathcal{N} 的一部分，两者具有相同的分布性质。

根据模式- n 矩阵展开的定义， $\hat{\mathcal{X}} \in \mathbb{C}^{2\tilde{N} \times \tilde{M} \times L}$ 模式-3 的矩阵展开可以写为

$$[\hat{\mathcal{X}}]_{(3)}^T = [\hat{\mathbf{A}}_t \odot \hat{\mathbf{A}}_r] \mathbf{S} + \hat{\mathbf{N}} = [\hat{\mathbf{A}}_t \odot \hat{\mathbf{A}}_r] \mathbf{A} \mathbf{S}_c + \hat{\mathbf{N}} \quad (10)$$

通过以上的分析可知， $\hat{\mathbf{A}}_t$ 与 $\hat{\mathbf{A}}_r$ 具有范德蒙结构，这就表明互耦的影响在张量域已经被消除。

3.2 增广矩阵与信号子空间估计

为了在张量域中同时利用信号的非圆性，通过前后向平滑技术构造了一个特殊的增广张量

$$\mathcal{Y} = [\hat{\mathcal{X}} \perp_1 (\hat{\mathcal{X}}^* \times_1 \mathbf{\Gamma}_N \times_2 \mathbf{\Gamma}_M)] \quad (11)$$

其中， $(\cdot)^*$ 为共轭运算， $\mathbf{\Gamma}_k$ 代表次对角线处元素为 1、其他元素为 0 的矩阵。根据模式- n 矩阵展开

的定义, $\mathcal{Y} \in \mathbb{C}^{2\tilde{N} \times \tilde{M} \times L}$ 模式-3 的矩阵展开可以写为

$$[\mathcal{Y}]_{(3)}^T = [\hat{\mathbf{A}}_r \odot \tilde{\mathbf{A}}_r] \mathbf{S}_c + \hat{\mathbf{N}} \quad (12)$$

其中, $\tilde{\mathbf{A}}_r = [(\hat{\mathbf{A}}_r^1)^T, (\hat{\mathbf{A}}_r^2)^T]^T \in \mathbb{C}^{2\tilde{M}\tilde{N} \times K}$ 表示扩展导向矩阵, $\hat{\mathbf{A}}_r^1 = \hat{\mathbf{A}}_r \mathbf{A}$, $\hat{\mathbf{A}}_r^2 = \hat{\mathbf{A}}_r \mathbf{A}^* \mathbf{D}_t \mathbf{D}_r$, $\mathbf{D}_t = \text{diag}([\exp(-j\pi(\tilde{M}-1)\sin\varphi_1), \exp(-j\pi(\tilde{M}-1)\sin\varphi_2), \dots, \exp(-j\pi(\tilde{M}-1)\sin\varphi_K)])$, $\mathbf{D}_r = \text{diag}([\exp(-j\pi(\tilde{N}-1)\sin\theta_1), \exp(-j\pi(\tilde{N}-1)\sin\theta_2), \dots, \exp(-j\pi(\tilde{N}-1)\sin\theta_K)])$, $\hat{\mathbf{N}}$ 为噪声矩阵。从式(12)可以看出, 此时的阵列孔径为式(10)的 2 倍。由此可以得知, 增广张量 \mathcal{Y} 不仅考虑到了张量的多维结构, 还捕捉到了信号的非圆性, 扩大了阵列的虚拟孔径, 从而获得更加优越的参数估计性能。

由于式(11)使用了前后向平滑技术, 因此张量 \mathcal{Y} 在张量域具有 centro-Hermitian 特性, 于是利用酉变换将式(11)转换为实值张量^[19]

$$\mathcal{Y}_{\text{real}} = \mathcal{Y} \times_1 \mathbf{U}_{2\tilde{N}}^H \times_2 \mathbf{U}_{\tilde{M}}^H \quad (13)$$

其中, $(\cdot)^H$ 为共轭转置运算, \mathbf{U}_{2K+1} 为酉矩阵, 定义为

$$\mathbf{U}_{2K+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_K & 0 & j\mathbf{I}_K \\ \mathbf{0}_{1 \times K} & \sqrt{2} & \mathbf{0}_{1 \times K} \\ \mathbf{I}_K & 0 & -j\mathbf{I}_K \end{bmatrix} \quad (14)$$

把 \mathbf{U}_{2K+1} 中间一行与中间一列删去便得到 \mathbf{U}_{2K} 。对式(13)使用高阶奇异值分解得到^[20]

$$\mathcal{Y}_{\text{real}} = \mathcal{G}_{\text{real}} \times_1 \mathbf{E}_1 \times_2 \mathbf{E}_2 \times_3 \mathbf{E}_3 \quad (15)$$

其中, $\mathbf{E}_1 \in \mathbb{C}^{2\tilde{N} \times 2\tilde{N}}$ 、 $\mathbf{E}_2 \in \mathbb{C}^{\tilde{M} \times \tilde{M}}$ 和 $\mathbf{E}_3 \in \mathbb{C}^{L \times L}$ 是酉矩阵, 由 $\mathcal{Y}_{\text{real}}$ 的模式- n 矩阵展开的左奇异向量构成, 即 $[\mathcal{Y}_{\text{real}}]_{(n)} = \mathbf{E}_n \mathbf{A}_n \mathbf{V}_n$, $\mathcal{G}_{\text{real}} \in \mathbb{C}^{2\tilde{N} \times \tilde{M} \times L}$ 为核心张量。因为有 K 个目标, 所以 $\mathcal{Y}_{\text{real}}$ 是 K 阶的, 故 $\mathcal{Y}_{\text{real}}$ 的实值子空间张量可以通过对 $\mathcal{Y}_{\text{real}}$ 使用截断高阶奇异值分解得到

$$\mathcal{Y}_s = \mathcal{G}_s \times_1 \mathbf{E}_{s1} \times_2 \mathbf{E}_{s2} \quad (16)$$

其中, $\mathcal{G}_s = \mathcal{Y}_{\text{real}} \times_1 \mathbf{E}_{s1}^H \times_2 \mathbf{E}_{s2}^H \times_3 \mathbf{E}_{s3}^H$ 是缩短的核心张量, $\mathbf{E}_{sn} (n=1,2,3)$ 由 \mathbf{E}_n 中前 K 个主奇异向量组成, 根据模式- n 矩阵积的定义结合式(16)得到

$$\mathcal{Y}_s = \mathcal{Y}_{\text{real}} \times_1 (\mathbf{E}_{s1} \mathbf{E}_{s1}^H) \times_2 (\mathbf{E}_{s2} \mathbf{E}_{s2}^H) \times_3 \mathbf{E}_{s3}^H \quad (17)$$

根据模式积的性质, 有

$$\bar{\mathbf{E}}_s = [\mathcal{Y}_s]_{(3)}^T = (\mathbf{E}_{s2} \mathbf{E}_{s2}^H \otimes \mathbf{E}_{s1} \mathbf{E}_{s1}^H) [\mathcal{Y}_{\text{real}}]_{(3)} \mathbf{E}_{s3}^* \quad (18)$$

根据文献[15]中的定义, 将式(18)简化为

$$\bar{\mathbf{E}}_s = (\mathbf{E}_{s2} \mathbf{E}_{s2}^H \otimes \mathbf{E}_{s1} \mathbf{E}_{s1}^H) \mathbf{E}_s \quad (19)$$

其中, \mathbf{E}_s 是 $[\mathcal{Y}_{\text{real}}]_{(3)}$ 的信号子空间, 通过对 $[\mathcal{Y}_{\text{real}}]_{(3)}$ 使用截断奇异值分解得出, 即 $[\mathcal{Y}_{\text{real}}]_{(3)} \approx \mathbf{E}_s \mathbf{A}_s \mathbf{V}_s$ 。通过式(19)可知, $\bar{\mathbf{E}}_s$ 与 \mathbf{E}_s 在同一子空间, 也就是说 $\bar{\mathbf{E}}_s$ 与扩展导向矩阵 $\tilde{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}_r \odot \tilde{\mathbf{A}}_r$ 在同一子空间。故存在一个满秩矩阵 \mathbf{T} 满足 $\bar{\mathbf{E}}_s = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{T}$, 于是 DoD 与 DoA 估计便可以在这个张量信号子空间中得到。

3.3 联合 DoD 与 DoA 估计

为了得到 DoD 与 DoA 估计, 利用以下旋转不变性方程^[21]

$$\Pi_2 \bar{\mathbf{E}}_s = \Pi_1 \bar{\mathbf{E}}_s \Psi_t, \Pi_4 \bar{\mathbf{E}}_s = \Pi_3 \bar{\mathbf{E}}_s \Psi_r \quad (20)$$

其中, $\Pi_1 = \text{Re}\{(\mathbf{U}_{\tilde{M}-1} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{N}}) \mathbf{J}_2^0 (\mathbf{U}_{\tilde{M}} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{N}})\}$, $\Pi_2 = \text{Im}\{(\mathbf{U}_{\tilde{M}-1} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{N}}) \mathbf{J}_2^0 (\mathbf{U}_{\tilde{M}} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{N}})\}$, $\mathbf{J}_2^0 = [\mathbf{0}_{2\tilde{N}(\tilde{M}-1) \times 2\tilde{N}}, \mathbf{I}_{2\tilde{N}(\tilde{M}-1)}]$; $\Pi_3 = \text{Re}\{(\mathbf{U}_{\tilde{N}-1} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{M}}) \mathbf{J}_4^0 (\mathbf{U}_{\tilde{M}} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{N}})\}$, $\Pi_4 = \text{Im}\{(\mathbf{U}_{\tilde{N}-1} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{M}}) \mathbf{J}_4^0 (\mathbf{U}_{\tilde{M}} \otimes \mathbf{U}_{2\tilde{N}})\}$, $\mathbf{J}_4^0 = \mathbf{I}_{2\tilde{M}} \otimes [\mathbf{0}_{(\tilde{N}-1) \times 1}, \mathbf{I}_{(\tilde{N}-1)}]$; $\Psi_t = \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\Phi}_t \boldsymbol{\lambda}^{-1}$ 与 $\Psi_r = \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\Phi}_r \boldsymbol{\lambda}^{-1}$ 为旋转不变矩阵, 分别包含了 DoD 与 DoA 信息, 其中 $\boldsymbol{\Phi}_t = \text{diag}\left[\tan\left(\frac{\pi \sin(\varphi_1)}{2}\right), \tan\left(\frac{\pi \sin(\varphi_2)}{2}\right), \dots, \tan\left(\frac{\pi \sin(\varphi_K)}{2}\right)\right]$, $\boldsymbol{\Phi}_r = \text{diag}\left[\tan\left(\frac{\pi \sin(\theta_1)}{2}\right), \tan\left(\frac{\pi \sin(\theta_2)}{2}\right), \dots, \tan\left(\frac{\pi \sin(\theta_K)}{2}\right)\right]$ 。对式(20)使用最小二乘估计 (LS, least square) 或者整体最小二乘估计 (TLS, total least square) 便能估计出 Ψ_t 与 Ψ_r 。利用文献[22]的方法实现角度的自动配对, 即

$$\Psi_t + j \Psi_r = \boldsymbol{\lambda} (\boldsymbol{\Phi}_t + j \boldsymbol{\Phi}_r) \boldsymbol{\lambda}^{-1} \quad (21)$$

其中, $(\cdot)^{-1}$ 为逆运算。从 $\Psi_t + j \Psi_r$ 的特征值的实部和虚部能分别得到对角矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 与 $\boldsymbol{\Phi}_r$ 。紧接着 DoD 与 DoA 便能自动匹配, DoD 与 DoA 通过以下计算式获得

$$\hat{\varphi}_k = \arcsin\left(\frac{2 \arctan(\boldsymbol{\lambda}_{tk})}{\pi}\right), \quad k=1,2,\dots,K$$

$$\hat{\theta}_k = \arcsin\left(\frac{2 \arctan(\boldsymbol{\lambda}_{rk})}{\pi}\right), \quad k=1,2,\dots,K \quad (22)$$

其中, $\boldsymbol{\lambda}_{tk}$ 与 $\boldsymbol{\lambda}_{rk}$ 分别是 $\boldsymbol{\Phi}_t$ 与 $\boldsymbol{\Phi}_r$ 的第 k 个对角元素。

3.4 运算复杂度分析

根据文献[23]可知, 对于一个 $M \times N$ 维的矩阵, 对其进行 K 秩截断奇异值分解 (SVD, singular value decomposition), 需要的运算复杂度为 $O(MNK)$ 。

另一方面, 由于实值运算的复杂度为复值运算的 $\frac{1}{4}$, 且所提算法的运算量大部分聚集在对于实值张

量 $\mathcal{Y}_{\text{real}}$ 的高阶奇异值分解, 即对张量 $\mathcal{Y}_{\text{real}}$ 使用三维 SVD, 因此相应的运算复杂度为 $O(\frac{3}{2}\tilde{M}\tilde{N}K)$ 。文献[15]中的 Tensor unitary ESPRIT 算法需要的运算复杂度为 $O(\frac{3}{4}\tilde{M}\tilde{N}K)$ 。若直接对式(11)中的复值张量 \mathcal{Y} 使用 SVD, 则相应的运算复杂度为 $O(6\tilde{M}\tilde{N}K)$, 因此所提算法通过酉变换进行实值运算较大程度地减少了相应的运算复杂度。尽管 Tensor unitary ESPRIT 也是实值分解的算法, 但所提算法的虚拟孔径为 Tensor unitary ESPRIT 算法的 2 倍, 因此后者的运算量为前者的 2 倍。

4 仿真结果

本文将所提算法与 ESPRIT-like 算法^[13]、Tensor unitary ESPRIT 算法^[15]和克拉美罗界 (CRB, Cramer-Rao bound)^[13]进行比较, 通过仿真实验证明本文所提算法的优越性。在仿真中, 双基地 MIMO 雷达拥有 $M=8$ 个发射天线, $N=10$ 个接收天线, 除非另有说明, 设定目标数目为 $K=3$, 这 3 个目标分别位于 $(\varphi_1, \theta_1) = (-10^\circ, 10^\circ)$ 、 $(\varphi_2, \theta_2) = (-8^\circ, 8^\circ)$ 和 $(\varphi_3, \theta_3) = (15^\circ, -15^\circ)$ 。仿真结果采用均方根误差 (RMSE, root mean square error) 进行角度估计性能评估, 定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{2QK} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^Q [(\hat{\varphi}_{k,i} - \varphi_k)^2 + (\hat{\theta}_{k,i} - \theta_k)^2]} \quad (23)$$

其中, $\hat{\varphi}_{k,i}$ 、 $\hat{\theta}_{k,i}$ 分别是 DoD 的 φ_k 和 DoA 的 θ_k 在第 i 次蒙特卡罗实验的估计结果, Q 是蒙特卡罗实验的总数, 本文中 $Q=500$ 。另一个用来评价角度估计性能的参数为成功检测的概率 (PSD, the probability of the successful detection), 定义为

$$\text{PSD} = \frac{D}{Q} \times 100\% \quad (24)$$

其中, D 为正确识别的总次数, 而正确的实验要求所有估计角度的绝对误差小于 $\min[(\hat{\varphi}_k - \varphi_k)_{k=1}^K, (\hat{\theta}_k - \theta_k)_{k=1}^K]$ 。在仿真中, 设置互耦参数为 $c_l = [1, 0.2 + j0.061]$, $c_r = [1, 0.15 + j0.0251]$, 这些参数意味着在接收阵列与发射阵列中, 前 2 个天线的位置较近, 存在互相耦合的影响。

图 1 对比了在 3 个目标时不同算法中 SNR 对 RMSE 的影响, 快拍数设置为 $L=100$ 。从图 1 可以看出, 在整个信噪比区间中, 本文所提算法的角度估

计性能优于 Tensor unitary ESPRIT 算法与 ESPRIT-like 算法, 且靠近 CRB。这是因为本文所提算法不仅利用了信号的多维结构, 而且还考虑到了信号的非圆特性, 而其他算法仅仅考虑了非圆结构特性或张量结构特性。仅次于本文所提算法的是 Tensor unitary ESPRIT 算法, 它的性能优于 ESPRIT-like 算法, 这是因为 Tensor unitary ESPRIT 算法考虑到了信号的多维结构, 在存在互耦的条件下获得了优良的识别性能。

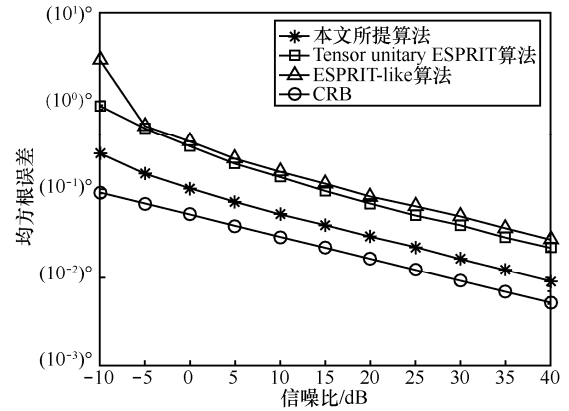


图 1 RMSE 与 SNR 的关系 (3 个目标)

图 2 对比了在 2 个目标的情况下不同方法的 SNR 对 RMSE 的影响, 这 2 个目标分别位于 $(\varphi_1, \theta_1) = (-5^\circ, 0^\circ)$ 和 $(\varphi_2, \theta_2) = (5^\circ, 0^\circ)$, 快拍数设置为 $L=100$ 。从图 2 中可以看出, 本文所提算法的性能依旧优于 Tensor unitary ESPRIT 算法与 ESPRIT-like 算法。另外, Tensor unitary ESPRIT 算法的识别性能依旧优于 ESPRIT-like 算法。

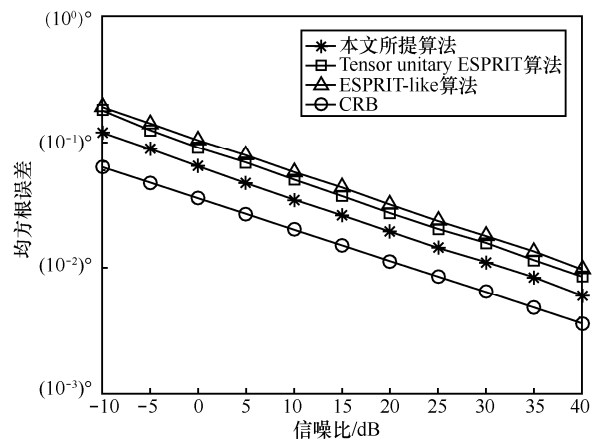


图 2 RMSE 与 SNR 的关系 (2 个目标)

图 3 描述了快拍数的变化对 RMSE 的影响, 其中 SNR=0 dB。从图 3 可以发现, 随着快拍数的增长, 所有算法的性能都得到了不同程度的提高, 且

本文所提算法的总体性能优于 Tensor unitary ESPRIT 算法与 ESPRIT-like 算法。在非常低的快拍数下，Tensor unitary ESPRIT 算法的性能优于本文所提算法，这是由于 Tensor unitary ESPRIT 算法通过空间平滑有效地增加了快拍数。当快拍数大于 50 个时，本文所提算法性能优于 Tensor unitary ESPRIT 算法与 ESPRIT-like 算法，与 CRB 十分接近。另外，在大快拍数的条件下，Tensor unitary ESPRIT 算法的性能与 ESPRIT-like 算法的性能接近一致，但是仍然劣于本文所提算法。

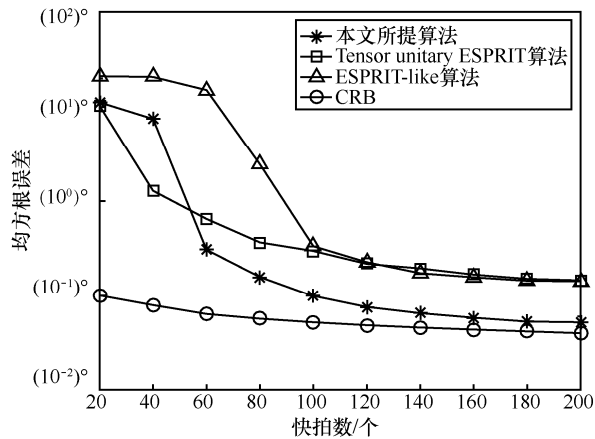


图3 RMSE与快拍数的关系

图4描述了几种方法的识别成功率与SNR之间的关系，快拍数设置为 $L=50$ 。从图4可以看出，所有的算法在SNR足够高时，都能够达到100%的识别成功率，但是本文所提算法的识别成功率能够更快地达到100%。在SNR相同的情况下，本文所提算法比其他算法拥有更高的识别成功率。一方面，本文所提算法能够同时合理地利用信号的非圆特性和多维结构特性，提升角度估计性能；另一方面，本文所提算法只涉及实值运算，有效地减少了运算复杂度。

5 结束语

本文针对 MIMO 雷达中存在未知互耦的非圆信号，提出了一种基于酉张量分解的角度估计算法。所提算法构造了一个特殊的增广张量用来捕获非圆信号的非圆特性与多维结构，且可以在张量域中消除互相耦合带来的影响。另外，所提算法通过酉变换将数据转化为实值，极大地降低了运算复杂度，节约了运算时间。通过分析得知，所提算法比现有的基于子空间的识别算法拥有更好的识别性

能，特别是在低信噪比和低快拍数的条件下。仿真结果表明，本文所提算法在识别性能上具有优良性。

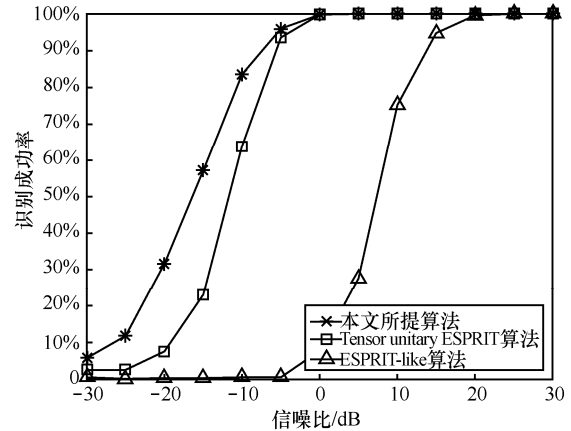


图4 识别成功率与SNR的关系

参考文献:

- [1] FISHLER E, HAIMOVICH A H, BLUM R, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[C]// IEEE National Radar Conference. IEEE, 2004: 71-78.
- [2] KRIM H, VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [3] FISHLER E, HAIMOVICH A, BLUM R, et al. Performance of MIMO radar systems: advantages of angular diversity[C]//Conference on Signals, Systems & Computers. IEEE, 2004: 305-309.
- [4] SHU F, QIN Y L, LIU T T, et al. Low-complexity and high-resolution doa estimation for hybrid analog and digital massive MIMO receive array[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(6): 2487-2501.
- [5] 陆锦辉, 万思明, 秦耀璐, 等. 基于方向调制的无线安全传输基本原理、关键技术与未来展望[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(3): 302-311.
- [6] LU J H, WAN S M, QIN Y L. Basic principles, key technologies, and future prospects of wireless security transmission based on directional modulation[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(3): 302-311.
- [7] GAO X, WANG Z, XU D, et al. On the MUSIC-derived approaches of angle estimation for bistatic MIMO radar[C]//International Conference on Wireless Networks & Information Systems. IEEE, 2010: 343-346.
- [8] CHEN D F, CHEN B X, Q G D. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. Electronics Letters, 2008, 44(12): 770-771.
- [9] WEN F, XIONG X, ZHANG Z. Angle and mutual coupling estimation in bistatic MIMO radar based on PARAFAC decomposition[J]. Digital Signal Processing, 2017, 65: 1-10.
- [10] WANG J X, WANG X P, XU D J. Robust angle estimation for MIMO radar with the coexistence of mutual coupling and colored noise[J]. Sensors, 2018, 18: 832.
- [11] 吴彪, 陈辉, 胡晓琴. 基于Y型阵的互耦矩阵与DoA的同时估计方法[J]. 通信学报, 2010, 31(6): 119-126.

- WU B, CHEN H, HU X Q. The simultaneous estimation method of the mutual coupling matrix and DoA based on Y matrix[J]. Journal on Communications, 2010, 31(6): 119-126.
- [11] WANG X P, MENG D D, HUANG M X. Reweighted regularized sparse recovery for DoA estimation with unknown mutual coupling[J]. IEEE Communications Letters, 2019, 23(2): 290-293.
- [12] LIU X L, LIAO G S. Direction finding and mutual coupling estimation for bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing, 2012, 92(2): 522-527.
- [13] ZHENG Z D, ZHANG J, ZHANG J Y. Joint DoD and DoA estimation of bistatic MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. Signal Processing, 2012, 92(12): 3039-3048.
- [14] CAO S H, XU D Y, XU X, et al. DoA estimation for noncircular signals in the presence of mutual coupling[J]. Signal Processing, 2014, 105: 12-16.
- [15] WANG X P, WANG W, LIU J, et al. Tensor-based real-valued subspace approach for angle estimation in bistatic MIMO radar with unknown mutual coupling[J]. Signal Processing, 2015, 116: 152-158.
- [16] WEN F Q, ZHANG Z J, WANG K, et al. Angle estimation and mutual coupling self-calibration for ULA-based bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing, 2018, 144: 61-67.
- [17] LATHAUWER L D, MOOR B D, VANDEWALLE J. A MULTILINEAR Singular value decomposition[J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000, 21(4): 1253-1278.
- [18] KOLDA T G, BADER B W. Tensor decompositions and applications[J]. SIAM Review, 2009, 51(3): 455-500.
- [19] HAARDT M, ROEMER F, GALDO G D. Higher-order SVD-based subspace estimation to improve the parameter estimation accuracy in multidimensional harmonic retrieval problems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(7): 3198-3213.
- [20] CHENG Y B, YU R S, GU H, et al. Multi-SVD based subspace estimation to improve angle estimation accuracy in bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing, 2013, 93(7): 2003-2009.
- [21] HAARDT M, NOSSEK J A. Unitary ESPRIT: how to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1232-1242.
- [22] ZOLTOWSKI M D, HAARDT M, MATHEWS C P. Closed-form 2-dangle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 42(2): 316-328.
- [23] GOLUB G H, VAN LOAN C F. Matrix computations[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996.

[作者简介]



王威鹏（1986—），男，海南澄迈人，博士，海南大学教授、博士生导师，主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理、海洋信息感知与处理技术。

国月皓（1996—），男，山东日照人，海南大学硕士生，主要研究方向为阵列信号处理、先进体制雷达信号处理。

黄梦醒（1973—），男，河南信阳人，博士，海南大学教授、博士生导师，主要研究方向为海洋信息感知与处理技术、大数据与人工智能。

沈重（1981—），男，湖北武汉人，博士，海南大学教授、博士生导师，主要研究方向为海洋信息感知与处理技术、室内定位技术。

曹春杰（1977—），男，河北衡水人，博士，海南大学教授、硕士生导师，主要研究方向为海洋信息感知与处理技术、信息安全技术。

冯文龙（1968—），男，贵州思南人，海南大学教授、硕士生导师，主要研究方向为海洋信息感知与处理技术、计算机网络技术。